Nyíregyházi Móricz Zsigmond Általános Iskola

4400 Nyíregyháza, Virág u. 65.

OM: 033 423

Helyi tanterv

Matematika

7-8. évfolyam

2020-as NAT-hoz készült kerettantervek alapján

# Matematika

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

## 7–8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A témakörök áttekintő táblázata

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Témakör neve** | **Óraszám****7. évfolyam****heti 3 óra** | **Óraszám****7. évfolyam****heti 5 óra** | **Óraszám****8. évfolyam****heti 3 óra** | **Óraszám****8. évfolyam****heti 4 óra** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 6 | 10 | 6 | 8 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 8 | 12 | 8 | 10 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 8 | 14 | 8 | 10 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 12 | 20 | 12 | 18 |
| **Szöveges feladatok előkészítése** | 8 | 14 | 8 | 10 |
| **Szöveges feladatok** | 12 | 20 | 12 | 18 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 6 | 10 | 6 | 8 |
| **Síkbeli alakzatok** | 12 | 20 | 12 | 14 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 12 | 16 | 12 | 14 |
| **Térgeometria** | 10 | 14 | 10 | 12 |
| **Leíró statisztika** | 4 | 8 | 4 | 6 |
| **Valószínűség-számítás** | 4 | 8 | 4 | 6 |
| **Szabad órakeret** | 6 | 14 | 6 | 10 |
| **Összes óraszám:** | **108** | **180** | **108** | **144** |

## 7. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör neve** | **Óraszám****7. évfolyam****heti 3 óra** | **Óraszám****7. évfolyam****heti 5 óra** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 6 | 10 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 8 | 12 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 8 | 14 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 12 | 20 |
| **Szöveges feladatok előkészítése** | 8 | 14 |
| **Szöveges feladatok** | 12 | 20 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 6 | 10 |
| **Síkbeli alakzatok** | 12 | 18 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 12 | 18 |
| **Térgeometria** | 10 | 14 |
| **Leíró statisztika** | 4 | 8 |
| **Valószínűség-számítás** | 4 | 8 |
| **Szabad órakeret** | 6 | 14 |
| **Összes óraszám:** | **108** | **180** |

Témakör: **Halmazok, számhalmazok**

Óraszám: **6 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés több szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
* Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
* Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
* Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
* Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

### Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; irracionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
* Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például A={paralelogrammák} halmaz részhalmaza B={rombuszok}, nem részhalmaza C={deltoidok}
* Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
* A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
* Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
* Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

Témakör: **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

Óraszám: **8 [12] óra**

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
* konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai és logikai játékok
* Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
* Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
* Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

### Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék
* „Einstein-fejtörő” típusú játék
* „Rontó” játék
* NIM játék; táblás játékok
* Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
* Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
* Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
* Lehetséges útvonalak összeszámlálása
* Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
* Számkártyás feladatok megoldása
* Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

Témakör: **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

Óraszám: **8 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
* pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
* Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
* Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

### Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám

### **Javasolt tevékenységek**

* Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
* Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal
* Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása
* „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel
* Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
* Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
* Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel

Témakör: **Arányosság, százalékszámítás**

Óraszám: **12 [20] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
* Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
* A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

### Fogalmak

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
* A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
* Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
* Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
* Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Projektmunka, például összejövetel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
* Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
* Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
* A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
* Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

Témakör: **Szöveges feladatok előkészítése**

Óraszám: **8 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
* egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
* Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
* Helyettesítési érték számolása
* Egytagú kifejezések számmal való szorzása
* Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
* Két tagból közös számtényező kiemelése
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

### Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

### **Javasolt tevékenységek**

* Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
* Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
* Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

Témakör: **Szöveges feladatok**

Óraszám: **12 [20] óra**

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
* Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
* Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
* Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
* Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

### Fogalmak

ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
* Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
* A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
* Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

Témakör: **A függvény fogalmának előkészítése**

Óraszám: **6 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;
* egyszerű grafikonokat jellemez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
* Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
* Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

### Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
* A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
* Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

Témakör: **Síkbeli alakzatok**

Óraszám: **12 [18] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Háromszögek külső szögeinek összege
* Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
* A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
* Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
* Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

### Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

### **Javasolt tevékenységek**

* Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
* Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
* Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* „Rontó” játék speciális négyszögekkel
* Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
* Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
* Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
* „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

Témakör: **Transzformációk, szerkesztések**

Óraszám: **12 [18] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
* Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
* Dinamikus geometriai szoftver használata

### Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria

### **Javasolt tevékenységek**

* Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése
* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
* Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
* Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
* Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

Témakör: **Térgeometria**

Óraszám: **10 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kocka, a téglatest, a hasáb és a henger hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest és a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka, henger alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, a henger tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a hasáb és a henger alakú testek felfedezése
* Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testek hálójának készítése
* Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

### Fogalmak

hasáb, henger, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Hasáb és henger alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
* Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
* Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Témakör: **Leíró statisztika**

Óraszám: **4 [8] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
* Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
* Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
* Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
* Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
* Konkrét adatsor esetén átlag kiszámítása

### Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

### **Javasolt tevékenységek**

* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
* Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

Témakör: **Valószínűség-számítás**

Óraszám: **4 [8] óra**

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
* Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése

### Fogalmak

esély

### **Javasolt tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal
* Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
* Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
* 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
* „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

Tovább haladáshoz szükséges a 7. évfolyam végén

Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika

* Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. Halmazok ábrázolása.
* A nyelv logikai elemeinek helyes használata. Állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
* Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, egyszerűbb szövegek értelmezése.
* Kombinatorikai gondolatmenetek alkalmazása a lehetséges esetek, megoldások felkutatásában.
* Gráfok használata feladatmegoldások, összefüggések szemléltetése során.

Számtan, algebra

* A racionális számokkal kapcsolatos fogalomrendszer ismerete. A négy alapművelet végrehajtása az egész számok és a törtalakban vagy tizedestört alakban adott racionális számok körében.
* A természetes szám kitevőjű hatványozás fogalma, hatványértékek kiszámítása. Műveletek konkrét természetes szám kitevőjű hatványokkal.
* [Az 1-nél nagyobb számok normálalakjának értelmezése. A normálalak használata a számok egyszerűbb írására.]
* A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása (a hatványozást is figyelembe véve). Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.
* Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók, tételek (osztó, többszörös, oszthatósági szabályok, közös osztó, közös többszörös) ismerete. A legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása. Pozitív egész számok prímtényezőkre bontása. Egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. Az oszthatóságról tanult ismereteik megszerzése során kialakult a bizonyítás iránti igény.
* Az arány fogalmának ismerete, alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban is. Arányos osztás végrehajtása. Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban.
* A százalékszámítás fogalomrendszerének ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása. A kamatos kamat fogalma, kiszámítása..
* Algebrai egész kifejezések helyettesítési értékének meghatározása. Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása egytagú kifejezéssel. A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.
* Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása, a kapott eredmény ellenőrzése.
* Az egyenletmegoldás különböző módszereinek sikeres alkalmazása a matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldására. (Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére, a számítások végrehajtása, az eredmény ellenőrzése a szöveg alapján.)

Függvények, az analízis elemei

* A hozzárendelés (reláció) megadása diagrammal, táblázattal, grafikonnal, szabállyal. Alaphalmaz, képhalmaz fogalmának ismerete.
* Egyértelmű hozzárendelés, függvény fogalmának, valamint az értelmezési tartomány, értékkészlet fogalmának ismerete, konkrét függvény értelmezési tartományának, értékkészletének meghatározása.
* Valós (szám-szám) függvény grafikonjának elemzése a tanult szempontok szerint: a függvény alaptulajdonságainak (adott helyen felvett függvényérték, adott függvényértékhez tartozó független változók, növekedés, csökkenés, legnagyobb érték, legkisebb érték) grafikonról való leolvasása.
* Az egyenes arányosság mint szám-szám függvény tulajdonságainak felismerése. Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, adott egyenes arányosság grafikonjának ábrázolása. A grafikon meredekségének vizsgálata.
* A lineáris függvénnyel kapcsolatos fogalomrendszer ismerete, konkrét lineáris függvény grafikonjának megrajzolása (esetleg összegtartozó számpárok segítségével). A lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
* Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
* A fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).

Geometria

* A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
* Ismeri a vektor fogalmát.
* Az egybevágó alakzatok felismerése. Tengelyes és középpontos tükörkép, eltolt alakzat képének megszerkesztése. A tanult egybevágósági transzformációk vizsgálata, tulajdonságaik felsorolása. A tengelyesen szimmetrikus, a középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése, e fogalmak alkalmazása geometriai vizsgálatokban.
* A szögpárok ismerete, alkalmazásuk geometriai vizsgálatokban.
* Ismeri a háromszög tulajdonságait (háromszög-egyenlőtlenség, háromszög szögei és oldalai közötti összefüggések,háromszög belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések), háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint. Tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.
* Ismeri anevezetes négyszögek (deltoid, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, téglalap, négyzet) fogalmát, e fogalmak közti kapcsolatrendszert. Ismeri a négyszög (speciálisan a nevezetes négyszögek) belső és külső szögeire vonatkozó összefüggéseket, továbbá a nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságait. Tudását alkalmazza feladatok megoldásában.
* Ismeri a sokszög területének fogalmát, szabványos mértékegységeit, helyesen váltja át a mértékegységeket. Kiszámítja a háromszög, a nevezetes négyszögek és a kör kerületét, területét. A területszámításról tanultakat képes alkalmazni térgeometriai számításokban, illetve a mindennapi gyakorlattal kapcsolatos feladatok megoldásában.
* A tanuló képes térbeli alakzatok axonometrikus képét felvázolni, és ennek segítségével sikeresen old meg problémákat.
* Ismeri az egyenes hasáb és az egyenes körhenger fogalmát, tulajdonságait. Képes felvázolni a tanult testek hálóját, kiszámítani a felszínüket.
* Ismeri a sokszöglapokkal határolt test térfogatának fogalmát, a térfogat szabványos mértékegységeit, helyesen váltja át a mértékegységeket. A háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, továbbá a forgáshenger térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számítani sok, a mindennapjainkban előforduló test felszínét, térfogatát, űrmértékét.

Valószínűség, statisztika

* Valószínűségi kísérletek eredményeinek tudatos megfigyelése, lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt. Események valószínűségének kiszámítása vagy becslése egyszerűbb esetekben.
* Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, táblázatok készítése. Adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. A középértékek (középső érték, átlag, leggyakoribb érték) és a terjedelem meghatározása. Vonaldiagram, oszlopdiagram olvasása, készítése, szalag-, kördiagram olvasása.

## 8. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör neve** | **Óraszám****8. évfolyam****heti 3 óra** | **Óraszám****8. évfolyam****heti 4 óra** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 6 | 8 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 8 | 10 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 8 | 10 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 12 | 18 |
| **Szöveges feladatok előkészítése** | 8 | 10 |
| **Szöveges feladatok** | 12 | 18 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 6 | 8 |
| **Síkbeli alakzatok** | 12 | 14 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 12 | 14 |
| **Térgeometria** | 10 | 12 |
| **Leíró statisztika** | 4 | 6 |
| **Valószínűség-számítás** | 4 | 6 |
| **Szabad órakeret** | 6 | 10 |
| **Összes óraszám:** | **108** | **144** |

Témakör: **Halmazok, számhalmazok**

Óraszám: **6 [8] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés több szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
* Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
* Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
* Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
* Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

### Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; irracionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
* Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például A={paralelogrammák} halmaz részhalmaza B={rombuszok}, nem részhalmaza C={deltoidok}
* Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
* A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
* Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
* Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

Témakör: **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

Óraszám: **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
* konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai és logikai játékok
* Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
* Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
* Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
* Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

### Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék
* „Einstein-fejtörő” típusú játék
* „Rontó” játék
* NIM játék; táblás játékok
* Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
* Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
* Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
* Lehetséges útvonalak összeszámlálása
* Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
* Számkártyás feladatok megoldása
* Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
* Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

Témakör: **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

Óraszám: **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
* pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
* négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
* Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
* Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
* Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

### Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

### **Javasolt tevékenységek**

* Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
* Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal
* Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása
* „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel
* Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
* Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
* Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
* Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

Témakör: **Arányosság, százalékszámítás**

Óraszám: **12 [18] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
* Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
* Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
* Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
* A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

### Fogalmak

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
* A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
* Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
* Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
* Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Projektmunka, például összejövetel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
* Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
* Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
* A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
* Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

Témakör: **Szöveges feladatok előkészítése**

Óraszám: **8 [10] óra**

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
* egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
* egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenséget lebontogatással és mérlegelvvel megold.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
* Összevonás
* Helyettesítési érték számolása
* Egytagú kifejezések számmal való szorzása
* Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
* Két tagból közös számtényező kiemelése
* Többtagú betűs kifejezés szorzása egytagú algebrai kifejezéssel
* Többtagú algebrai kifejezés szorzása többtagú algebrai kifejezéssel
* Nevezetes azonosságok
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel

### Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, nevezetes azonosságok, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

### **Javasolt tevékenységek**

* Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
* Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása

Témakör: **Szöveges feladatok**

Óraszám: **12 [18] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
* Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok (helyi értékes, mozgásos, keveréses, együttes munkavégzésre vonatkozó, stb.) megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
* Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
* Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
* Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

### Fogalmak

ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
* Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
* A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
* Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

Témakör: **A függvény fogalmának előkészítése**

Óraszám: **6 [8] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;
* egyszerű grafikonokat jellemez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
* Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
* Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
* Lineáris függvény felismerése
* Találkozás konstans függvénnyel
* Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása
* Abszolútérték függvény ábrázolása táblázat segítségével

### Fogalmak

megfeleltetés; lineáris függvény, konstans függvény, egyenes és fordított arányosság; grafikon, abszolútérték függvény

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
* A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
* Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

Témakör: **Síkbeli alakzatok**

Óraszám: **12 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Háromszögek külső szögeinek összege
* Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
* A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
* Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
* Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
* Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

### Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

### **Javasolt tevékenységek**

* Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
* Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
* Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* „Rontó” játék speciális négyszögekkel
* Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
* Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
* Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
* Derékszög kijelölése csomós kötéllel
* Pitagoraszi számhármasok keresése
* Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
* „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

Témakör: **Transzformációk, szerkesztések**

Óraszám: **12 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
* ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
* Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
* Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
* Dinamikus geometriai szoftver használata

### Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

### **Javasolt tevékenységek**

* Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése
* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
* Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
* Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
* Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
* Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

Témakör: **Térgeometria**

Óraszám: **10 [12] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kocka, a téglatest, a hasáb, a henger és a gúla hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb, és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
* ismeri az egyenes körkúp tulajdonságait;
* ismeri a gömb tulajdonságait;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, az egyenes körkúp, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a henger, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
* Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testek hálójának készítése
* Az az egyenes körkúp és a gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
* A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
* Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

### Fogalmak

hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
* Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
* A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
* Földgömb bemutatása matematikai szempontból
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
* Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Témakör: **Leíró statisztika**

Óraszám: **4 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
* Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
* Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
* Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
* Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
* Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
* Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
* Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

### Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

### **Javasolt tevékenységek**

* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
* Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

Témakör: **Valószínűség-számítás**

Óraszám: **4 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
* Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
* Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
* A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

### Fogalmak

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

### **Javasolt tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
* Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
* Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
* Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
* 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
* „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

Tovább haladáshoz szükséges a 8. évfolyam végén

Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika

* Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete, eszköz jellegű alkalmazásuk számelméleti, geometriai vizsgálatokban. Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
* A nyelv logikai elemeinek („nem”, „és”, „vagy”, „ha …, akkor …”, „legalább”, „legfeljebb”, „pontosan akkor …, ha …”, „minden”, „van olyan”) helyes értelmezése, tudatos használata. Állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
* Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése. A szaknyelv tudatos használata.
* Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása, szemléltetése fagráffal. Kombinatorikai gondolatmenetek alkalmazása a matematika különböző területein (például oszthatósági problémák megoldásában, geometriai feladatok megoldásának diszkussziójában, valószínűség-számítási feladatokban a lehetséges, illetve a kedvező esetek összeszámlálásában).
* Gráfok használata a matematika különböző témaköreiben, a feladatmegoldások gondolatmenetének követése, összefüggések, fogalmak közti kapcsolatok szemléltetése során.
* Néhány kiemelkedő magyar matematikus, esetleg kutatási területének, eredményének megnevezése

Számtan, algebra

* A számhalmazok (természetes, egész, racionális számok) ismerete. Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.
* A természetes szám kitevőjű hatványozás fogalma, hatványértékek kiszámítása számológép használatával. Műveletek természetes szám kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak felismerése, alkalmazása.
* Az 1-nél nagyobb számok normálalakjának értelmezése.
* A 10 egész kitevőjű hatványainak értelmezése, 0-nál nagyobb, 1-nél kisebb számok normálalakja. Számolás normálalakkal, számológép segítségével.
* Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók, tételek, számolási eljárások ismerete, alkalmazása egyszerű oszthatósági feladatok megoldásában, törtek egyszerűsítésében, törtekkel végzett műveletek végrehajtásában.
* A négyzetgyökvonás fogalmának ismerete, pozitív számok négyzetgyökének (közelítő) meghatározása számológép segítségével. A négyzetgyökvonás biztos alkalmazása a matematika különböző témaköreiben.
* Az arány fogalmának ismerete, alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban, geometriai számításokban. Arányos osztás végrehajtása. Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. Kamatos kamat kiszámítása.
* Algebrai egész kifejezések helyettesítési értékének meghatározása. Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása egytagú kifejezéssel. A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában. A geometriában és a természettudományos tárgyakban előforduló képletek értelmezése, alkalmazása, az ismeretlen változó kifejezése a képletből.
* Az egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség fogalmának ismerete. Gyakorlottság az egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában, a mérlegelv alkalmazásában, a kapott eredmény ellenőrzésében. Egyenlőtlenség megoldáshalmazának ábrázolása számegyenesen.
* Az egyenletmegoldás különböző módszereinek sikeres alkalmazása a matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldására. (Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére, a számítások végrehajtása, az eredmény ellenőrzése a szöveg alapján.)

Geometria

* Ismeri a geometria alapvető fogalmait és a hozzájuk kapcsolódó elnevezéseket. Felismeri a térelemek kölcsönös helyzetét, továbbá az adott tulajdonságú ponthalmazokat. Képes értelmezni és meghatározni a térelemek távolságát. Szögek értelmezése, mérése, a szögfajták, valamint a szögpárok ismerete. Az alapvető szerkesztések (szakaszfelezés, szögmásolás, szögfelezés, stb.) végrehajtása. Ismeri a vektor fogalmát. Ezeket az ismereteket képes alkalmazni sokszögek, testek, geometriai transzformációk tulajdonságainak vizsgálatában, feladatok megoldásában. Helyesen használja a szaknyelvet.
* A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni, képes térbeli alakzatok axonometrikus képét felvázolni, és ennek segítségével sikeresen old meg problémákat.
* Ismeri a háromszög tulajdonságait (háromszög-egyenlőtlenség, háromszög szögei és oldalai közötti összefüggések, háromszög belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések), háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint. Háromszög-szerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése. Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.
* A Pitagorasz-tétel kimondása és alkalmazása számítási feladatokban.
* A Thalész-tétel ismerete, egyszerű alkalmazásai.
* Ismeri a nevezetes négyszögek fogalmát, e fogalmak közti kapcsolatrendszert. Ismeri a négyszög (speciálisan a nevezetes négyszögek) belső és külső szögeire vonatkozó összefüggéseket, továbbá a nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságait. Tudását képes alkalmazni feladatok megoldásában.
* Ismeri a terület szemléletes fogalmát, szabványos mértékegységeit, helyesen váltja át a mértékegységeket. Kiszámítja a háromszög, a nevezetes négyszögek és a kör kerületét, területét. A területszámításról tanultakat képes alkalmazni térgeometriai számításokban, illetve a mindennapi gyakorlattal kapcsolatos feladatok megoldásában.
* Ismeri az egyenes hasáb, az egyenes körhenger és a gúla fogalmát, tulajdonságait. Képes felvázolni a tanult testek hálóját, kiszámítani a felszínüket. Felismeri a körkúpot és a gömböt.
* Ismeri a térfogat szemléletes fogalmát, mértékegységeit, helyesen váltja át a mértékegységeket. A térfogatképletek ismeretében kiszámítja a tanult testek térfogatát, képes a tanultak gyakorlati alkalmazására.
* Az egybevágó alakzatok felismerése. Tengelyes és középpontos tükörkép, eltolt alakzat képének megszerkesztése. A tanult egybevágósági transzformációk vizsgálata, tulajdonságaik felsorolása. A tengelyesen szimmetrikus és a középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése, e fogalmak alkalmazása geometriai vizsgálatokban.
* Kicsinyítés és nagyítás felismerése, a hasonlóság alkalmazása hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül). A középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete.

Függvények, az analízis elemei

* A hozzárendelés (reláció) megadása diagrammal, táblázattal, grafikonnal, szabállyal. Alaphalmaz, képhalmaz fogalmának ismerete.
* Egyértelmű hozzárendelés, függvény fogalmának, valamint az értelmezési tartomány, értékkészlet fogalmának ismerete, konkrét függvény értelmezési tartományának, értékkészletének meghatározása.
* Mennyiségek közti kapcsolatok ábrázolása grafikonnal. Valós (szám-szám) függvény grafikonjának ábrázolása, elemzése, a függvény alaptulajdonságainak (adott helyen felvett függvényérték, adott függvényértékhez tartozó független változók, növekedés, csökkenés, legnagyobb érték, legkisebb érték) grafikonról való leolvasása.
* Az egyenes arányosság mint szám-szám függvény tulajdonságainak ismerete. Adott egyenes arányosság grafikonjának ábrázolása. A grafikon meredekségének vizsgálata.
* A lineáris függvénnyel kapcsolatos fogalomrendszer ismerete, konkrét lineáris függvény grafikonjának megrajzolása. A lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
* A fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
* Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. A számtani sorozat felismerése.

Valószínűség, statisztika

* A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, az eredmények lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. A tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése. Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt. Események valószínűségének kiszámítása a klasszikus valószínűségi modell alkalmazásával egyszerűbb esetekben.
* Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, táblázatok készítése. Adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. A középértékek (középső érték, átlag, leggyakoribb érték) és a terjedelem meghatározása. Diagramok (vonal-, oszlop-, szalag-, kördiagram) olvasása, készítése.
* Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.