Nyíregyházi Móricz Zsigmond Általános Iskola

4400 Nyíregyháza, Virág u. 65.

OM: 033 423

Helyi tanterv

Matematika

5-6. évfolyam

2020-as NAT-hoz készült kerettantervek alapján

# Matematika

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

## 5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: Halmazok; Matematikai logika, kombinatorika; Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek; Alapműveletek természetes számokkal; Egész számok, alapműveletek egész számokkal; Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok; Alapműveletek közönséges törtekkel; Alapműveletek tizedes törtekkel; Arányosság, százalékszámítás; Egyszerű szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Sorozatok; Mérés és mértékegységek; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás. A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

**A témakörök áttekintő táblázata**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Témakör neve** | **Óraszám 5. évfolyam**  **heti 4 óra** | **Óraszám 5. évfolyam**  **heti 5 óra** | **Óraszám**  **6. évfolyam**  **heti 4 óra** | **Óraszám**  **6. évfolyam**  **heti 5 óra** |
| **I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | **10** | **12** | **10** | **12** |
| 1. **Halmazok** | 5 | 6 | 5 | 6 |
| 1. **Matematikai logika, kombinatorika** | 5 | 6 | 5 | 6 |
| **II. Számtan, algebra** | **75** | **92** | **73** | **90** |
| 1. **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek** | 8 | 10 | 10 | 12 |
| 1. **Alapműveletek természetes számokkal** | 12 | 14 | 4 | 6 |
| 1. **Egész számok; alapműveletek egész számokkal** | 10 | 10 | 8 | 8 |
| 1. **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok** | 10 | 12 | 8 | 10 |
| 1. **Alapműveletek közönséges törtekkel** | 9 | 10 | 9 | 10 |
| 1. **Alapműveletek tizedes törtekkel** | 8 | 10 | 8 | 10 |
| 1. **Arányosság, százalékszámítás** | 8 | 12 | 16 | 20 |
| 1. **Egyszerű szöveges feladatok** | 10 | 14 | 10 | 14 |
| **III. Függvények, az analízis elemei** | **9** | **12** | **9** | **12** |
| 1. **A függvény fogalmának előkészítése** | 5 | 6 | 5 | 6 |
| 1. **Sorozatok** | 4 | 6 | 4 | 6 |
| **IV. Geometria** | **34** | **42** | **36** | **44** |
| 1. **Mérés és mértékegységek** | 8 | 10 | 8 | 10 |
| 1. **Síkbeli alakzatok** | 8 | 10 | 10 | 12 |
| 1. **Transzformációk, szerkesztések** | 8 | 10 | 12 | 14 |
| 1. **Térgeometria** | 10 | 12 | 6 | 8 |
| **V. Statisztika, valószínűség** | **8** | **10** | **8** | **10** |
| 1. **Leíró statisztika** | 5 | 6 | 5 | 6 |
| 1. **Valószínűség-számítás** | 3 | 4 | 3 | 4 |
| **Szabad órakeret** | **8** | **12** | **8** | **12** |
| **Összes óraszám:** | **144** | **180** | **144** | **180** |

## 5. évfolyam

**A témakörök áttekintő táblázata**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör neve** | **Óraszám 5. évfolyam**  **heti 4 óra** | **Óraszám 5. évfolyam**  **heti 5 óra** |
| **I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | **10** | **12** |
| 1. **Halmazok** | 5 | 6 |
| 1. **Matematikai logika, kombinatorika** | 5 | 6 |
| **II. Számtan, algebra** | **75** | **92** |
| 1. **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek** | 8 | 10 |
| 1. **Alapműveletek természetes számokkal** | 12 | 14 |
| 1. **Egész számok; alapműveletek egész számokkal** | 10 | 10 |
| 1. **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok** | 10 | 12 |
| 1. **Alapműveletek közönséges törtekkel** | 9 | 10 |
| 1. **Alapműveletek tizedes törtekkel** | 8 | 10 |
| 1. **Arányosság, százalékszámítás** | 8 | 12 |
| 1. **Egyszerű szöveges feladatok** | 10 | 14 |
| **III. Függvények, az analízis elemei** | **9** | **12** |
| 1. **A függvény fogalmának előkészítése** | 5 | 6 |
| 1. **Sorozatok** | 4 | 6 |
| **IV. Geometria** | **34** | **42** |
| 1. **Mérés és mértékegységek** | 8 | 10 |
| 1. **Síkbeli alakzatok** | 8 | 10 |
| 1. **Transzformációk, szerkesztések** | 8 | 10 |
| 1. **Térgeometria** | 10 | 12 |
| **V. Statisztika, valószínűség** | **8** | **10** |
| 1. **Leíró statisztika** | 5 | 6 |
| 1. **Valószínűség-számítás** | 3 | 4 |
| **Szabad órakeret** | **8** | **12** |
| **Összes óraszám:** | **144** | **180** |

**Témakör: Halmazok**

**óraszám: 5 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése ábráról
* Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

### **Fogalmak**

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

### **tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
* Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak…) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása  
  Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
* Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán   
  A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Játék logikai készlettel

**Témakör:** **Matematikai logika, kombinatorika**

**óraszám:** 5 **[6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
* Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
* Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
* Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
* Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
* Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

### **Fogalmak**

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

### **tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
* „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
* Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
* „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
* „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
* Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
* Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

**Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek**

**óraszám:** **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét egyszerű módszerekkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
* ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
* ismeri és alkalmazza a 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
* a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
* Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M
* Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
* 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
* A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

### **Fogalmak**

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

### **tevékenységek**

* Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, … címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
* Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
* Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték
* „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
* „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

**Témakör:** **Alapműveletek természetes számokkal**

**óraszám:** **12 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* írásban összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
* Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
* Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal
* Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **tevékenységek**

* Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
* Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
  „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

**Témakör:** **Egész számok; alapműveletek egész számokkal**

**óraszám:** **10 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
* ismeri az egész számokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
* Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
* Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
* Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
* Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
* Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
* Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
* Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
* Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha … ?”
* Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

**Témakör:** **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

**óraszám:** **10 [12] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
* megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
* Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
* Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
* Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
* Számok ábrázolása számegyenesen

### **Fogalmak**

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

### **tevékenységek**

* Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése
* Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel
* Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
* Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése
* A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
* Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
* A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
* Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

**Témakör:** **Alapműveletek közönséges törtekkel**

**óraszám:** **9 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
* Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Kapott eredmény ellenőrzése

### **Fogalmak**

közös nevező

### **tevékenységek**

* Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére
* „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása   
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása   
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör:** **Alapműveletek tizedes törtekkel**

**óraszám:** **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* írásban összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
* Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

kerekítés

### **tevékenységek**

* Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
  „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
* A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

**Témakör:** **Arányosság, százalékszámítás**

**óraszám:** **8 [12] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
* Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
* Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
* Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján

### **Fogalmak**

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

### **tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
* Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges
* A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
* Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a ⅔ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az ⅓ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás

**Témakör:** **Egyszerű szöveges feladatok**

**óraszám:** 1**0 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megoldását ellenőrzi.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* A megoldás ellenőrzése
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

### **Fogalmak**

becslés, ellenőrzés

### **tevékenységek**

* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
* Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

**Témakör:** **A függvény fogalmának előkészítése**

**óraszám:** **5 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* felismeri az egyenes arányosságot konkrét helyzetekben;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátáival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
* Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

### **Fogalmak**

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

### **tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése   
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
* „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk

**Témakör:** **Sorozatok**

**óraszám: 4 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* sorozatokat adott szabály alapján folytat;
* néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
* Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
* Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
* Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

### **Fogalmak**

sorozat, számsorozat, szabály

### **tevékenységek**

* Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
* Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése
* Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
* „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
* A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

**Témakör:** **Mérés és mértékegységek**

**óraszám:** **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* meghatározza téglalap kerületét, területét;
* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
* Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

### **Fogalmak**

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

### **tevékenységek**

* Szívószál-modellel szögtartományok kijelölése  
  Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
* Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)
* Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján
* Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata…)
* Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

**Témakör:** **Síkbeli alakzatok**

**óraszám: 8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a speciális négyszögek: trapéz, paralelogramma, téglalap, rombusz, négyzet legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* ismeri a négyszögek tulajdonságait: konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
* ismeri az egyenesek kölcsönös helyzetét síkban és térben;
* tudja a körzőt használni egyszerű szerkesztéseknél;
* tud merőleges és párhuzamos egyeneseket rajzolni két vonalzó segítségével;
* felismeri az egybevágó síkidomokat.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
* Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
* Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
* Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
* Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: háromszög-egyenlőtlenség
* Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

### **Fogalmak**

síkidom, sokszög, egybevágó, téglalap, négyzet

### **tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
* Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
* Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
* Tangram játék

**Témakör:** **Transzformációk, szerkesztések**

**óraszám:** **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
* megismer dinamikus geometriai szoftvereket;
* ismer dinamikus geometriai szoftvereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
* a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
* ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

### **Fogalmak**

merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

### **tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése;
* Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével

**Témakör:** **Térgeometria**

**óraszám:** **10 [12] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* a kocka, a téglatest hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* a kocka, a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
* Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek közül gömb kiválasztása
* Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok alapján
* Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok készítése

### **Fogalmak**

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

### **tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
* Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

**Témakör:** **Leíró statisztika**

**óraszám:** **5 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
* A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
* A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
* Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
* Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
* Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

### **Fogalmak**

adat, diagram, átlag

### **tevékenységek**

* Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

**Témakör:** **Valószínűség-számítás**

**óraszám:** **3 [4] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
* Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
* A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

### **Fogalmak**

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

### **tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
* Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
* Bökős játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
* 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
* „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

**Tovább haladáshoz szükséges az 5. évfolyam végén**

Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika

* Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése.
* Két véges halmaz közös részének, uniójának felírása, ábrázolása.
* Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.
* Néhány elem sorba rendezése, az összes lehetséges sorrend felsorolása.
* Állítások igazságának eldöntésére, igaz és hamis állítások megfogalmazása.
* A nyelv logikai elemeinek és az összehasonlításhoz szükséges kifejezéseknek a helyes használata.

Számtan, algebra

* Az 1 000 000-nál nem nagyobb természetes számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen, a tízes számrendszer ismerete. Természetes számok kerekítése.
* A természetes számok összeadása, kivonása, szorzása többjegyű szorzóval, osztása kétjegyű osztóval.
* Számok osztóinak, többszöröseinek felírása. A 2-vel, 5-tel, 100-zal, 1000-rel osztható számok felismerése.
* Törtek kétféle értelmezése, ábrázolásuk többféleképpen. Kis nevezőjű törtek összehasonlítása, összeadása, kivonása, szorzása, osztása természetes számmal.
* Tizedestörtek értelmezése, írása, olvasása, összehasonlításuk. Tizedestörtek kerekítése. Tizedestörtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása természetes számmal.
* Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása.
* Egész számok, negatív, pozitív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. Egész számok összeadása, kivonása szemléletes feladatokban.
* A mindennapi élettel kapcsolatos egyszerű szöveges feladatok megoldása (szövegértelmezés, adatok kigyűjtése, terv, becslés, számítás; ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése).
* A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete, helyes alkalmazása. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban.

Függvények, analízis elemei

* Tájékozódás a koordinátarendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak leolvasása.
* Egyszerűbb grafikonok, elemzése, oszlopdiagramok, vonaldiagramok értelmezése, megrajzolása. Táblázatok értelmezése, készítése.
* Néhány tagjával elkezdett sorozathoz szabály(ok) keresése, megfogalmazása. Egyszerű sorozatok folytatása adott, illetve felismert szabály alapján.

Geometria

* Térelemek felismerése: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, test. Törekvés a szaknyelv és az anyanyelv helyes használatára.
* Párhuzamos, metsző, kitérő, merőleges egyenesek fogalmának ismerete. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása egyélű és derékszögű vonalzó segítségével.
* A geometriai ismeretek alkalmazásával az ábrák helyes értelmezése.
* Pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága. A körző, vonalzó célszerű használata.
* A sokszög szemléletes fogalma. Sokszögek tulajdonságainak vizsgálata, csoportosításuk különböző szempontok szerint.
* Konkrét sokszögek kerületének kiszámítása.
* A téglalap, négyzet fogalma, tulajdonságaik vizsgálata, kerületük kiszámítása konkrét feladatokban.
* Sokszögek területének meghatározása alkalmi mértékegységgel történő lefedéssel. A terület szabványos mértékegységei, átváltásuk. A téglalap területe.
* A téglatest, kocka tulajdonságai, az elnevezések (csúcs, él, lap) helyes használata. A téglatest hálója, felszínének meghatározása.
* A téglatest térfogata, a térfogat szabványos mértékegységei. A térfogat és az űrtartalom mértékegységei közti kapcsolat ismerete.
* A kerület-, a terület- és a térfogatszámításról tanultak alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban.
* A szögtartomány fogalma, a szögek nagyságának megmérése, a mértékegységek ismerete. Adott nagyságú szög megrajzolása szögmérő segítségével. A szögfajták ismerete.

Valószínűség, statisztika

* Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
* Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
* Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

## 6. évfolyam

**A témakörök áttekintő táblázata**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör neve** | **Óraszám**  **6. évfolyam**  **heti 4 óra** | **Óraszám**  **6. évfolyam**  **heti 5 óra** |
| **I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | **10** | **12** |
| 1. **Halmazok** | 5 | 6 |
| 1. **Matematikai logika, kombinatorika** | 5 | 6 |
| **II. Számtan, algebra** | **73** | **90** |
| 1. **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek** | 10 | 12 |
| 1. **Alapműveletek természetes számokkal** | 4 | 6 |
| 1. **Egész számok; alapműveletek egész számokkal** | 8 | 8 |
| 1. **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok** | 8 | 10 |
| 1. **Alapműveletek közönséges törtekkel** | 9 | 10 |
| 1. **Alapműveletek tizedes törtekkel** | 8 | 10 |
| 1. **Arányosság, százalékszámítás** | 16 | 20 |
| 1. **Egyszerű szöveges feladatok** | 10 | 14 |
| **III. Függvények, az analízis elemei** | **9** | **12** |
| 1. **A függvény fogalmának előkészítése** | 5 | 6 |
| 1. **Sorozatok** | 4 | 6 |
| **IV. Geometria** | **36** | **44** |
| 1. **Mérés és mértékegységek** | 8 | 10 |
| 1. **Síkbeli alakzatok** | 10 | 12 |
| 1. **Transzformációk, szerkesztések** | 12 | 14 |
| 1. **Térgeometria** | 6 | 8 |
| **V. Statisztika, valószínűség** | **8** | **10** |
| 1. **Leíró statisztika** | 5 | 6 |
| 1. **Valószínűség-számítás** | 3 | 4 |
| **Szabad órakeret** | **8** | **12** |
| **Összes óraszám:** | **144** | **180** |

**Témakör:** **Halmazok**

**óraszám:** **5 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése ábráról
* Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

### **Fogalmak**

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

### **tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
* Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak…) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása  
  Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
* Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán   
  A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Játék logikai készlettel

**Témakör:** **Matematikai logika, kombinatorika**

**óraszám:** **5 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
* Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
* Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
* Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
* Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
* Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

### **Fogalmak**

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

### **tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
* „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
* Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
* „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
* „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
* Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
* Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

**Témakör:** **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek**

**óraszám:** **10 [12] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
* ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
* a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
* Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
* Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
* 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
* A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

### **Fogalmak**

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

### **tevékenységek**

* Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, … címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
* „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
* Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, … oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
* „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

**Témakör:** **Alapműveletek természetes számokkal**

**óraszám:** **4 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* írásban összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Természetes számok összeadása, kivonása, szorzása és osztása írásban
* Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal
* Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **tevékenységek**

* Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

**Témakör:** **Egész számok; alapműveletek egész számokkal**

**óraszám:** **8 [8] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
* ismeri az egész számokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
* Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **tevékenységek**

* Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
* Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha … ?”
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

**Témakör:** **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

**óraszám:** **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
* megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
* Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
* Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
* Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
* Számok ábrázolása számegyenesen

### **Fogalmak**

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

### **tevékenységek**

* Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése
* Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
* Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése
* A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
* Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
* Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

**Témakör:** **Alapműveletek közönséges törtekkel**

**óraszám:** **9 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza konkrét számok reciprokát.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
* Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Kapott eredmény ellenőrzése

### **Fogalmak**

közös nevező, reciprok

### **tevékenységek**

* „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör:** **Alapműveletek tizedes törtekkel**

**óraszám:** **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* írásban összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Tizedes törtek összeadása, kivonása, szorzása és osztása írásban
* Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

kerekítés

### **tevékenységek**

* A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

**Témakör:** **Arányosság, százalékszámítás**

**óraszám:** **16 [20] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
* Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
* Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
* Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
* Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
* Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

### **Fogalmak**

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

### **tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
  Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges  
  A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
* Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a ⅔ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az ⅓ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
* Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

**Témakör:** **Egyszerű szöveges feladatok**

**óraszám:** **10 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megoldását ellenőrzi.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
* A megoldás ellenőrzése
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

### **Fogalmak**

becslés, ellenőrzés

### **tevékenységek**

* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
* Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

**Témakör:** **A függvény fogalmának előkészítése**

**óraszám:** 5 **[6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátáival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
* Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

### **Fogalmak**

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

### **tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése   
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
* „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
* Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése  
  „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

**Témakör:** **Sorozatok**

**óraszám: 4 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* sorozatokat adott szabály alapján folytat;
* néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
* Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
* Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
* Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

### **Fogalmak**

sorozat, számsorozat, szabály

### **tevékenységek**

* Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
* Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése
* Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
* „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
* A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

**Témakör:** **Mérés és mértékegységek**

**óraszám:** **8 [10] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
* Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
* Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

### **Fogalmak**

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

### **tevékenységek**

* Szögmérő használata
* Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)
* „Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
* Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján
* Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata…)  
  Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
* Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
* Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

**Témakör:** **Síkbeli alakzatok**

**óraszám:** **10 [12] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
* ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
* Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
* Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
* Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
* Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
* Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
* Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
* Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

### **Fogalmak**

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

### **tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
* Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése  
  Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
* Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
* Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
* Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
* Tangram játék

**Témakör:** **Transzformációk, szerkesztések**

**óraszám:** **12 [14] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
* felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
* ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
* a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
* ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
* Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
* Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése
* Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

### **Fogalmak**

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

### **tevékenységek**

* Saját eszközök mozgatása a padon
* Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
* Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
* Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

**Témakör:** **Térgeometria**

**óraszám:** **6 [8] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* ismeri a gömb tulajdonságait;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
* Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek közül gömb kiválasztása
* Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

### **Fogalmak**

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

### **tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
* Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben  
  Zsinóros térgeometriai modellek használata

**Témakör:** **Leíró statisztika**

**óraszám:** **5 [6] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
* A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
* A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
* Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
* Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
* Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

### **Fogalmak**

adat, diagram, átlag

### **tevékenységek**

* Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

**Témakör:** **Valószínűség-számítás**

**óraszám:** **3 [4] óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
* Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
* A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

### **Fogalmak**

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

### **tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
* Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
* Bökős játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
* 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
* „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

**Tovább haladáshoz szükséges a 6. évfolyam végén**

Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika

* Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése.
* Két véges halmaz közös részének, uniójának felírása, ábrázolása.
* Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.
* Néhány elem sorba rendezése, az összes lehetséges sorrend felírása.
* Állítások igazságának eldöntésére, igaz és hamis állítások megfogalmazása.
* A nyelv logikai elemeinek és az összehasonlításhoz szükséges kifejezéseknek a helyes használata.

Számtan, algebra

* A tízes számrendszer fogalma, a tízes számrendszer helyiértékeinek ismerete.
* Számok osztóinak, többszöröseinek felírása. Közös osztók, közös többszörösök megkeresése. Oszthatósági szabályok (2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 100) ismerete, alkalmazása.
* Egész számok fogalmának ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Az egész számokkal végzett műveletek szabályainak alkalmazása.
* Törtek, tizedestörtek értelmezése, írása, olvasása, egyszerűsítése, bővítése, összehasonlításuk. Tizedestörtek kerekítése. Törtek, tizedestörtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A racionális szám fogalma. Műveletek a racionális számok körében (negatív törtekkel, tizedestörtekkel is).
* Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása.
* Két szám aránya. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, az egyenes arányosság és a fordított arányosság értése, használata.
* A százalék fogalmának ismerete, a százalékérték kiszámítása.
* Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása szabadon választott módszerrel.
* Egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlet felírásával. Szövegértelmezés, adatok kigyűjtése, terv (szimbólumok, betűkifejezések segítségével összefüggések felírása a szöveges feladatok adatai között), becslés, számítás; ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése.
* A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.

Függvények, az analízis elemei

* Tájékozódás a koordinátarendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak leolvasása.
* Egyszerűbb grafikonok, elemzése, oszlopdiagramok, vonaldiagramok értelmezése, megrajzolása. Táblázatok értelmezése, készítése.
* Az egyenes arányosság, mint függvény. Az egyenes arányosság grafikonjának értelmezése.
* Néhány tagjával elkezdett sorozathoz szabály(ok) keresése, megfogalmazása. Egyszerű sorozatok folytatása adott, illetve felismert szabály alapján.

Geometria

* Térelemek felismerése, a szaknyelv és az anyanyelv helyes használata.
* Párhuzamos, metsző, kitérő, merőleges egyenesek fogalmának ismerete. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása egyélű és derékszögű vonalzó segítségével.
* Alapszerkesztések végrehajtása; pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága, szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek. Téglalap szerkesztése.
* Adott tulajdonságú ponthalmazok felismerése. A körrel kapcsolatos fogalmak, elnevezések ismerete.
* A szögtartomány fogalma, a szögek nagyságának megmérése, a mértékegységek ismerete. Adott nagyságú szög megrajzolása szögmérő segítségével. A szögfajták ismerete. Speciális szögek szerkesztése.
* Alakzatok tengelyese tükörképének szerkesztése, a tengelyes szimmetria felismerése.
* A sokszög szemléletes fogalma. Sokszögek tulajdonságainak vizsgálata a geometriai ismeretek alkalmazásával (átlók száma, konvex és konkáv sokszögek megkülönböztetése, tengelyes szimmetria stb.). A sokszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Konkrét sokszögek kerületének kiszámítása.
* A háromszögek osztályozása szögeik szerint. A háromszög-egyenlőtlenség felismerése. Tengelyesen szimmetrikus háromszög szerkesztése, tulajdonságainak felismerése, területének kiszámítása (átdarabolás, kiegészítés).
* A négyszög, a speciális négyszögek fogalmának ismerete, tulajdonságaik vizsgálata, Tengelyesen szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak felismerése adott ábrák segítségével. A négyszög kerületének kiszámítása.
* A téglalap (négyzet) területe, a korábban tanultak alkalmazása geometriai problémák és gyakorlati jellegű feladatok megoldásában.
* A téglatest, kocka ismerete, az elnevezések (csúcs, él, lap) helyes használata, tulajdonságaik vizsgálata.
* A téglatest térfogata, a térfogat szabványos mértékegységei. A térfogat és az űrtartalom mértékegységei közti kapcsolat ismerete. A korábban tanultak alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban.
* Testek ábrázolása, az ábrák helyes értelmezése. Testek építése.

Valószínűség, statisztika

* Egyszerű oszlopdiagramok, vonaldiagramok kördiagramok értelmezése, készítése, táblázatok olvasása.
* Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
* Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rögzítése, rendezése, ábrázolása.